

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

4. srpnja 2012.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)

(ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = 3 - 3i$ i $z_2 = 2i$. Predočite te brojeve. (3 boda)

(iii) Predočite broj z ako je $|z| = 3$ i argument $\varphi = \frac{7\pi}{4}$. (2 boda)

(iv) Predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva. Posebno za brojeve z_1, z_2 iz (ii)! (3 boda)

2. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}x - y + z &= -4 \\2x + y - z &= 1 \\x - 3y + 2z &= -9.\end{aligned}\quad (2 \text{ boda})$$

(ii) Pokažite da je

$$B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & -3 \\ 7 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i) i koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

(iii) Zapišite opću 2×2 matricu, formula za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & a^2 \end{pmatrix}$$

Za koje realne brojeve a gornja matrica nema inverznu matricu?
(4 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predložite. (4 boda)

(ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} .
(2 boda)

(iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = \arcsin x$. (2 boda)

(iv) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija?
Predložite tu vezu ako je $f(x) = 2^{x-1}$ (precizan crtež). (2 boda)

4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)
- (ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = (x + 2)^4$.
(2 boda)
- (iii) Predočite geometrijski tangentu na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$
i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)
- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^2 + x - 2$ u
točki grafa s prvom koordinatom $x = -1$ i predočite tu tangentu.
(3 boda)

5. (i) Pređočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (3 boda)

(ii) Pređočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)

(iii) Pređočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = \ln(-x)$. (2 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

4. srpnja 2012.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite matricu simetrije s obzirom na ishodište i matricu simetrije s obzirom na XZ-ravninu. (2 boda)

(ii) Napišite matricu kompozicije simetrija iz (i) (ako djeluju po redu, to jest, ako prvo djeluje simetrija s obzirom na ishodište). (4 boda)

(iii) Nađite sliku točke $T = (-1, 0, -3)$ s obzirom na kompoziciju iz (ii). (4 boda)

2. Zadana je matrica

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ -1 & 2 & -1/2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(i) Odredite inverz matrice A , te provjerite rezultat. (6 bodova)

(ii) Pomoću inverza koji ste izračunali pod (i) riješite sustav

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 0 \\ -1 & 2 & -1/2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

(4 boda)

3. Izračunajte približnu vrijednost izraza $\sqrt{85} - \sqrt[3]{63.9}$ koristeći:

(i) linearu aproksimaciju. (4 boda)

(ii) kvadratnu aproksimaciju. (6 bodova)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{x^2-5}{x+3}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (2 boda)

(ii) njene nultočke, (2 boda)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.
(4 boda)